

# Телевизионные системы, передача и обработка изображений

УДК 621.396

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

**Клочко Владимир Константинович**

доктор технических наук, заведующий кафедрой эконометрики и математического моделирования Рязанского государственного радиотехнического университета.

*E-mail: klochkovk@mail.ru.*

*Адрес: 390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.*

*Аннотация:* Представлены математическая модель формирования радиотеплового изображения в радиометре с прореженной матрицей наблюдения, методы восстановления изображений, позволяющие повысить точность восстановления за счет двухканальной обработки, методы оценивания аппаратной функции радиометра, позволяющие находить аппаратную функцию в условиях априорной неопределенности, а также методы совместной обработки радиотепловых и оптических изображений, позволяющие повысить разрешающую способность изображений.

*Ключевые слова:* радиометр, восстановление изображений, прореженная матрица наблюдений, аппаратная функция, разрешающая способность, радиотепловые и оптические изображения.

### Введение

В настоящее время радиометрические системы миллиметрового диапазона находят все большее применение [1 – 2]. Радиометр является удобным средством радиофизических измерений в атмосфере и радиоастрономических исследований. Полезен радиометр и при наблюдении за объектами в условиях, неблагоприятных для оптических систем. При этом используется режим сканирования антенной области обзора по азимуту и углу места, в результате чего формируется матрица (кадр) радиотеплового изображения (РТИ). Пространственная разрешающая способность РТИ, определяемая шириной диаграммы направленности антенны (ДНА) и шагом сканирования, недостаточна для распознавания удаленных объектов при их низком тепловом контрасте. Для повышения пространственного разрешения РТИ по угловым координатам (в дальнейшем просто разрешения) используются известные методы восстановления изображений объектов в пространственной или частотной областях [4 – 7]. Однако существуют проблемы, снижающие

эффективность применения радиометров при наблюдении за объектами:

1. Первая проблема связана с временем накопления сигнала в радиометре от 0,1 до 1 с, которое при сканировании области обзора вырастает до десятков минут. Уменьшить время формирования матрицы РТИ можно за счет увеличения шага сканирования по углу места. При этом формируется матрица РТИ, прореженная вдоль строк (число ее строк в несколько раз меньше числа столбцов). Как следствие, падает точность восстановления и связанная с ней разрешающая способность РТИ (как способность различать близко расположенные объекты), что снижает эффективность работы радиометра.

2. Вторая проблема связана с априорной неопределенностью, когда неизвестна или неточно задана аппаратная функция (АФ) радиометра, именуемая также функцией рассеяния точки (ФРТ). Такая функция (АФ или ФРТ) характеризует воздействие ДНА, тракта первичной обработки радиометра и внешних факторов на искомое изображение объектов. В реальных

условиях эксплуатации радиометра величина (значение) АФ радиометра будет отличаться от ее величины, измеренной в лабораторных условиях вследствие размытия формы АФ, что также снижает эффективность применения радиометра.

Целью работы является разработка методов и алгоритмов повышения эффективности работы радиометрической системы формирования изображений объектов за счет повышения точности восстановления изображений при использовании прореженной матрицы РТИ, а также оценивания неизвестной аппаратной функции в реальных условиях наблюдения.

### Математическая модель формирования радиотеплового изображения

Радиометр в момент времени  $t$  принимает радиосигналы от объектов на местности в пассивном режиме. Объекты излучают поле  $\{u(\theta, \phi, \omega, t)\}$  в определенном диапазоне круговых частот  $\omega$ . Элементы поля  $u(\theta, \phi, \omega, t)$  имеют смысл интенсивности излучения в угловом направлении  $\theta, \phi$  в системе координат наблюдателя ( $\theta$  – по углу места и  $\phi$  – по азимуту) в виде электромагнитных колебаний:  $u(t, \theta, \phi, \omega) = U(t, \theta, \phi) \sin(\omega t + \psi)$ , где  $U(t, \theta, \phi)$  – случайная амплитуда, зависящая от угловых координат  $\theta, \phi$  и флуктуирующая во времени  $t$  со средним значением  $\bar{U}(\theta, \phi)$ ;  $\psi$  – случайная фаза. При фиксированном угловом положении антенна радиометра в момент времени  $t$  аккумулирует действие поля  $\{u(t, \theta, \phi, \omega)\}$  в угломерной области  $D_{\theta, \phi}$  в заданном диапазоне частот  $\Omega = [\omega_1, \omega_2]$  и формирует сигнал  $s(t)$ . После прохождения ВЧ-усилителя сигнал подчинен интегральной модели:

$$s(t) = \iint_{G_{\theta, \phi}} g(\theta, \phi) d\theta d\phi \int_{\Omega} u(t, \theta, \phi, \omega) d\omega + \xi(t), \quad (1)$$

где интегрирование ведется по ширине ДНА в угломерной области  $G_{\theta, \phi}$  и на промежутке  $\Omega = [\omega_1, \omega_2]$  по частоте  $\omega$ ;  $g(\theta, \phi)$  – нормиро-

ванная ДНА;  $\xi(t)$  – белый шум аппаратуры с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_{\xi}^2$ . Интегральная модель (1) представляется суммарной в  $i$ -х,  $j$ -х,  $k$ -х дискретных значениях угла места  $\theta_i$ , азимута  $\phi_j$  и частота  $\omega_k$ :

$$s_1(t) = \mu_1 \sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n g(i, j) \sum_k u(t, i, j, k) + \xi(t),$$

где  $\mu_1$  – коэффициент перехода к суммарной модели.

После квадратичного детектора сигнал  $s_1^2(t)$  берется с коэффициентом  $\mu_2 = 1 / \mu_1^2$ :

$$s_2(t) = \mu_2 s_1^2(t) = \left( \sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n g(i, j) \sum_k u(t, i, j, k) \right)^2 + \xi^2(t) + 2\xi(t) \sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n g(i, j) \sum_k u(t, i, j, k). \quad (2)$$

Квадрат тройной суммы в (2) раскладывается на составляющие:

$$\sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n g^2(i, j) \sum_k u^2(t, i, j, k) + \sum_{i_1} \sum_{j_1} \sum_{i_2} \sum_{j_2} \sum_{k_1} \sum_{k_2} g(i_1, j_1) g(i_2, j_2) \times u(t, i_1, j_1, k_1) u(t, i_2, j_2, k_2),$$

причем вторая сумма берется по всем несовпадающим  $i_1, i_2, j_1, j_2, k_1, k_2$ ;

$$u^2(t, i, j, k) = U^2(t, i, j) \sin^2(\omega_k t + \psi).$$

В ФНЧ осуществляется накопление сигнала  $s_2(t)$  на промежутке времени  $[t, t+T]$  и усреднение его флуктуирующих составляющих, что дает сигнал  $\bar{s}_2(t)$ . При вычитании из  $\bar{s}_2(t)$  величины  $\sigma_{\xi}^2$  и среднего значения  $\bar{w}(t)$  случайного остатка  $w(t) = \bar{w}(t) + p(t)$ ,  $p(t) \sim N(0, \sigma_p^2)$ , действует модель:

$$s_3(t) = \bar{s}_2(t) - \sigma_{\xi}^2 - \bar{w}(t) = \mu_3 \int_t^{t+T} h(\tau) \sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n g^2(i, j) \bar{U}^2(\tau, i, j) d\tau + p(t), \quad (3)$$

где  $\mu_3 = \mu_2 / 2$ ;  $h(\tau) = 1/T$ ,  $\tau \in [t, t+T]$  – весовая функция ФНЧ;  $\bar{U}^2(\tau, i, j)$  – усредненный по частоте квадрат амплитуды.

Сканирование антенной зоны обзора осуществляется построчно в телевизионном режиме. При фиксированном  $i$ -м положении угла места  $\theta_i$  происходит непрерывное движение вдоль строки с угловой скоростью  $v_\phi$ . При этом непрерывно меняется азимут  $\phi$  линии визирования антенны. На выходе АЦП с частотой дискретизации возникает последовательность  $j$ -х измерений ( $j = \overline{1, N}$ ,  $N$  – длина строки в количестве элементов дискретизации):

$$s_3(i, j) = \mu_3 \int_{t_j}^{t_j+T} h(\tau) \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n g^2(i_1, j_1) \times \times \bar{U}^2(\tau, \theta_{i+i_1}, \phi_{j+j_1}) d\tau + p(i, j), \quad (4)$$

где  $\phi_{j+j_1} = v_\phi \tau + \Delta_\phi j_1$ ; суммирование по  $i_1$  и  $j_1$  ведется относительно  $i, j$ .

При малом значении  $T$  искажающим действием ФНЧ можно пренебречь:

$$s_4(i, j) = \mu_4 \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n g^2(i_1, j_1) \bar{U}^2(i+i_1, j+j_1) + + p(i, j), \quad (5)$$

где коэффициент  $\mu_4$  учитывает переход. В общем виде модель РТИ (5) записывается как:

$$y(i, j) = \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n \alpha(i_1, j_1) x(i+i_1, j+j_1) + p(i, j), \quad (6)$$

где  $i = \overline{m+1, h, M-m}$ ,  $j = \overline{n+1, N-n}$ ;  
 $y(i, j) = s_4(i, j)$  – результат наблюдения;  
 $\alpha(i, j) = \mu_4 g^2(i, j)$  – аппаратная функция как нелинейное преобразование ДНА;  
 $x(i, j) = \bar{U}^2(i, j)$  – искомые величины, характеризующие среднюю мощность излучения в  $i$ -м,  $j$ -м направлении;  $h \geq 1$  – шаг сканирования по углу места (в количестве элементов дискретизации).

При наличии нескольких независимых  $q$ -х измерительных каналов (общим числом  $Q$ ), работающих в одном и том же частотном диапазоне, но отличающихся АФ  $\alpha_q(i, j)$ , модель РТИ (5) записывается в виде:

$$y_q(i, j) = \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n \alpha_q(i_1, j_1) x(i+i_1, j+j_1) + p_q(i, j), \quad q = \overline{1, Q}. \quad (7)$$

Изменение угла места  $\theta$  осуществляется механическим переходом от одной  $i$ -й строки к другой. При этом  $\theta$  меняется дискретно:  $\theta_i, i = \overline{1, M}$ , с шагом  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\theta \geq \Delta\phi$ , где  $M$  – число строк. По результатам сканирования формируется  $M \times N$ -матрица наблюдений  $Y = \{y(i, j)\}$ ,  $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, N}$ . Элементы  $y(i, j)$  запоминаются в регистрирующем процессе. Далее матрица  $Y$  или совокупность матриц  $Y_q$ ,  $q = \overline{1, Q}$ , поступает на алгоритмы восстановления изображений. Для последующего анализа модель измерений (6) или (7) представляется в векторно-матричной форме [7]:

$$\bar{y} = B \cdot \bar{x} + \bar{p}, \quad (8)$$

где  $\bar{y}$  – вектор-столбец наблюдений, полученный последовательным считыванием строк матрицы  $Y$  или матриц  $Y_q$ ;  $\bar{x}$  –  $MN$ -вектор искомого изображения;  $\bar{p}$  – вектор-столбец помех;  $B = \{b(i, j)\}$  – матрица значений АФ, элементы которой  $b(i, j)$  получаются из  $\alpha(i, j)$  по определенному правилу [7, 8] в соответствии с (6) или (7). Для многоканальной модели (7) увеличивается размерность векторов  $\bar{y}$ ,  $\bar{p}$  и число строк матрицы  $A$  при  $MN$ -векторе  $\bar{x}$ .

#### Задачи повышения эффективности формирования изображений

Для повышения скорости формирования изображений объектов  $X$  для моделей (6), (7) при известной АФ  $\alpha(i, j)$  необходимо находить оценки ненаблюдаемого поля  $X = \{x(i, j)\}$ ,  $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, N}$ , по совокупности наблюдений  $Y = \{y(i, j)\}$ , или  $Y_q = \{y_q(i, j)\}$ , прореженных с шагом  $h$  сканирования вдоль строк:  $i = \overline{m+1, h, M-m}$ ,  $j = \overline{n+1, N-n}$ . Пропорционально повышению  $h$  возрастает скорость формирования РТИ и быстродействие системы

наблюдения. Однако при этом возрастают ошибки восстановления. Требуется разработка методов, позволяющих при  $h > 1$  обеспечить точность восстановления, близкую к точности, достигаемой при  $h = 1$ . Задача оценивания АФ для моделей (6), (7) заключается в нахождении оценок априорно неизвестной или неточно заданной АФ  $\alpha(i, j)$  на основе фиксированных наблюдений  $Y$  или  $Y_q$ ,  $q = \overline{1, Q}$ , и эталонного изображения радиотеплового поля  $X$  контрольного объекта. В случае неизвестного эталона  $X$  его значения подлежат оцениванию с помощью дополнительной информации в виде оптического изображения контрольного объекта. При параметрическом описании АФ оцениванию подлежат параметры АФ на основе наблюдений  $Y$  или  $Y_q$ ,  $q = \overline{1, Q}$ .

#### Потенциальная возможность сверхразрешения в радиометре

Под сверхразрешением радиометра понимается возможность получения углового разрешения меньше ширины ДНА. Пространственное разрешение в смысле Рэля измеряется как минимальное угловое расстояние между объектами  $d_{\min}$ , при котором они наблюдаются отдельно. В качестве критерия различения задается допустимое значение СКО ошибки оценок координат объектов. Проведен анализ потенциальной точности оценивания координат двух близко расположенных точечных объектов при совместном оценивании координат и амплитуд. Для анализа применялась матрица  $\Phi^{-1}$ , обратная матрице Фишера, характеризующая потенциально достижимую точность оценивания амплитуд  $A_1, A_2$  и координат  $\phi_1, \phi_2$  двух близко расположенных точечных источников излучения при использовании несмещенных оценок максимального правдоподобия.

Получены зависимости нормированного СКО ошибки оценивания угловой координаты  $\sigma_{\Delta\hat{\phi}} / \sigma_p$  от ширины ДНА  $2n+1$  при различных

значениях амплитуды  $A_1 = A_2 = A$  и фиксированном расстоянии между объектами. Результаты показывают, что с увеличением амплитуды  $A$  (контраста) полезного сигнала уровень и уменьшению ширины ДНА ошибки оценивания координаты уменьшается. С увеличением расстояния между объектами точность оценок возрастает. С уменьшением расстояния усиливается линейная связь ошибок амплитуд  $\Delta\hat{A}$  и координат  $\Delta\hat{\phi}$ , характеризуемая взаимной ковариацией  $\text{cov}(\Delta\hat{A}, \Delta\hat{\phi})$ , т.е. усиливается влияние точности оценок амплитуды на точность оценок координат.

При раздельном оценивании амплитуды и угловой координаты  $\phi = \phi_1$  одного объекта получены явные выражения дисперсии ошибок оценивания  $A$  и  $\phi$  в зависимости от  $\sigma_p$  и  $A$ :

$$D[\Delta\hat{A}] = \sigma_p^2 / \Sigma_1, \quad D[\Delta\hat{\phi}] = \sigma_p^2 / (4c^2 A^2 \Sigma_2), \quad (9)$$

где  $\Sigma_1 = \sum_{j=-m}^m e^{-2c(j-\phi)^2}$ ,  $\Sigma_2 = \sum_{j=-m}^m (j-\phi)^2 e^{-2c(j-\phi)^2}$ ,  $c = \text{const}$ .

Из (9) следует, что точность оценивания угловой координаты  $\phi$  повышается с увеличением отношения  $A/\sigma_p$ , т.е. с увеличением амплитуды полезного сигнала.

Радиометрическая (или амплитудная) разрешающая способность понимается [2] как способность системы наблюдения различать объекты по контрасту. Под контрастом  $K$  радиометрического изображения однородного объекта по отношению к однородному фону (подстилающей поверхности) здесь понимается модуль разности средних амплитуд объекта  $\bar{U}_o$  и фона  $\bar{U}_\phi$ , нормированный к сумме амплитуд. Прослеживается изменение контраста в результате формирования РТИ: до формирования РТИ  $K_1 = |\bar{U}_o - \bar{U}_\phi| / (\bar{U}_o + \bar{U}_\phi)$  и после формирования:

$$K_2 = \gamma(\bar{U}_o + \bar{U}_\phi)K_1, \quad (10)$$

где  $\gamma$  – коэффициент преобразования. Из (10) следует, что контраст РТИ увеличивается с

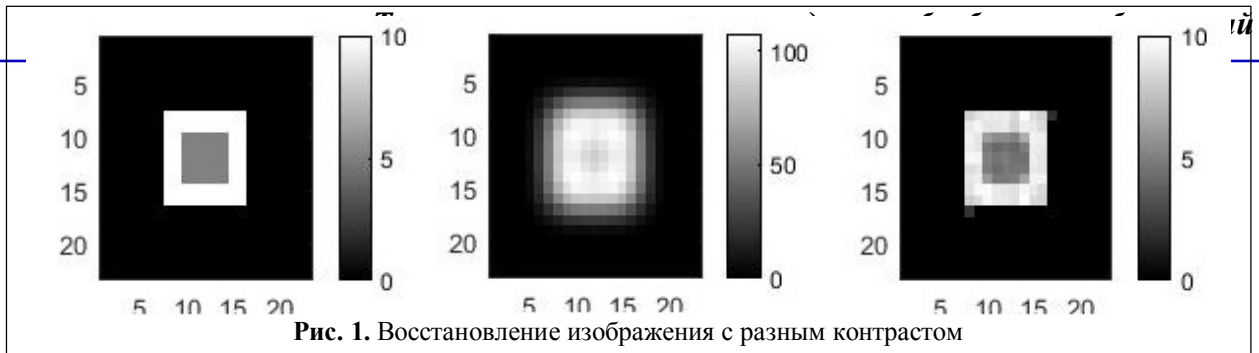


Рис. 1. Восстановление изображения с разным контрастом

увеличением амплитуды объекта, что приводит к повышению точности восстановления.

На рис. 1 слева направо показаны: моделируемое изображение объекта с разным контрастом, наблюдаемое РТИ и изображение, восстановленное матричным алгоритмом [7].

#### Оптимальное восстановление матричным методом в одноканальной системе

Метод опирается на матричную форму (8) записи системы уравнений (6) или (7).

В соответствии с методом наименьших квадратов (МНК) поиск оценки  $\bar{X}$  подчинен критерию минимума квадрата евклидовой нормы:

$$J = \|\bar{y} - B\bar{x}\|^2 = (\bar{y} - B\bar{x})^T (\bar{y} - B\bar{x}), \quad (11)$$

где  $T$  – символ транспонирования. Из необходимого условия существования экстремума функционала (11) находятся МНК-оценки  $\bar{x}$ :

$$\partial J / \partial \bar{x} = -2(\bar{y} - B\bar{x})^T B = 0^T, \quad B^T (\bar{y} - B\bar{x}) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{x} = B^+ \bar{y}, \quad B^+ = (B^T B + \delta \cdot E)^{-1} B^T, \quad (12)$$

Матрица  $B^+$  в (12) является псевдообратной для  $B$  и также может быть найдена сингулярным разложением  $B$ , например, в среде Matlab:  $B^+ = \text{pinv}(B, \delta)$ , где  $\delta$  – малое положительное число (параметр регуляризации). Элементы найденного в (12) вектора  $\bar{x}$  построчно заполняют  $M \times N$ -матрицу  $X$  восстановленного изображения. Восстановление изображения дает эффект сверхразрешения – возможность понизить рэлеевский порог разрешения по угловым координатам при низком контрасте РТИ в 2 – 3 раза.

Трудность реализации оптимального алгоритма (12) восстановления в матричной форме заключается в большой размерности матрицы  $B$  избыточной структуры. Поэтому применять

данный алгоритм целесообразно для выделенных небольших фрагментов матрицы  $Y$ .

#### Итерационный метод восстановления

Путь преодоления большой размерности матриц связан с применением градиентных и итерационных методов восстановления [4]. При  $h > 1$  структура соответствующих алгоритмов требует определенной модификации. Алгоритм итерационного метода выглядит следующим образом на  $k$ -й итерации:

$$\hat{x}_{k+1}(i, j) = \hat{x}_k(i, j) \cdot [\alpha(i, j) \otimes y(i, j) / \alpha(i, j) \otimes \hat{y}_k(i, j)], \quad (13) \\ i = \overline{m+1, M-m}, \quad j = \overline{n+1, N-n}, \quad k = \overline{0, K-1},$$

где  $\alpha(i, j) \otimes y(i, j) = \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n \alpha(i_1, j_1) y(i+i_1, j+j_1) I(i+i_1) -$  взвешенная сумма наблюдений (аналог свертки), взятых с пропусками строк,  $I(i)$  – индикатор  $i$ -й строки:  $I(i) = 1$  для  $i$ -й наблюдаемой строки и  $I(i) = 0$  для пропущенной строки, что в программном исполнении означает пропуск строки при суммировании;

$$\alpha(i, j) \otimes \hat{y}_k(i, j) = \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n \alpha(i_1, j_1) \hat{y}_k(i+i_1, j+j_1), \\ \hat{y}_k(i, j) = \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n \alpha(i_1, j_1) \hat{x}_k(i+i_1, j+j_1) \quad (14)$$

– взвешенная сумма оценок изображения  $\hat{x}_k(i, j)$ , дающая оценку наблюдений  $\hat{y}_k(i, j)$ .

Выигрыш в размерности алгоритма (13) сопровождается проигрышем в быстродействии из-за большого числа итераций  $K$ , зависящего от точности задания начальных оценок  $\hat{x}_0(i, j)$ .

#### Восстановление изображений двумерным фильтром Винера

В инженерной практике при решении задач восстановления изображений широкое распро-

странение получил фильтр Винера, работающий в области пространственных частот [4 – 6]. При  $h = 1$  фильтр Винера работает оптимально, обеспечивая минимум дисперсии ошибки восстановления при известном отношении  $s_p(i, j) / s_x(i, j)$  спектральных плотностей шумового поля  $P$  и искомого поля  $X$  в каждой  $i, j$ -й точке.

Особенность применения фильтра Винера заключается в том, что матрица наблюдений  $Y$  и матрица изображения  $X$  должны иметь одинаковые размеры. При  $h > 1$  данное условие нарушается. Предложена процедура заполнения матрицы  $Y$ , основанная на линейной интерполяции пропущенных строк [8]. В результате получается матрица наблюдений  $Y$  размера искомого матрицы  $X$ . Если число пропущенных строк отвечает размерам ДНА, то интерполированные строки матрицы  $Y$  частично несут в себе информацию о пропущенных строках, однако уже нельзя утверждать об оптимальности работы фильтра Винера.

Алгоритм восстановления в частотной области сводится к умножению спектра  $y_f(i, j)$  наблюдений  $y(i, j)$  на заранее вычисленную передаточную функцию  $W_f(i, j)$  восстанавливающего фильтра:

$$\hat{x}_f(i, j) = y_f(i, j) \cdot W_f(i, j), \quad i = \overline{1, M}, j = \overline{1, N}, \quad (15)$$

$W_f(i, j) = a_f^*(i, j) / (|a_f(i, j)|^2 + c \cdot \sigma_p^2 / |y_f(i, j)|^2)$ , где  $a_f(i, j)$  – спектр  $M \times N$ -матрицы  $A = \{a(i, j)\}$ , представляющей пространственное периодическое продолжение АФ  $\alpha(i, j)$  [5]; \* – символ комплексного сопряжения. Отличие состоит в том, что отношение  $s_p(i, j) / s_x(i, j)$  неизвестных спектральных плотностей заменяется на  $c \cdot \sigma_p^2 / |y_f(i, j)|^2$ , где коэффициент  $c$  подбирается эмпирически [8]. Найденные в частотной области оценки  $\hat{x}_f(i, j)$  переводятся в пространственную область и дают матрицу  $X$ .

Результаты моделирования работы алгоритма (15) показывают присутствие на восстановленном изображении объекта характерной

полосатости, обусловленной интерполяцией и шумами. Невысокое качество полученного изображения говорит о необходимости уменьшения шага сканирования  $h$  или поиска новых оптимальных алгоритмов восстановления  $X$  без интерполяции  $Y$ . Для повышения точности восстановления и разрешающей способности при  $h > 1$  предложено использовать два измерительных канала, работающих параллельно (одновременно) с целью сохранения требуемого быстродействия системы наблюдения.

### Модели и методы восстановления изображений в двухканальной системе

Постановка задачи для двух измерительных каналов сводится к следующему. Каналы содержат антенны одного размера, принимаемые поле  $X$  в одном диапазоне длин волн, и одинаковые тракты первичной обработки принятых сигналов. Антенны одновременно сканируют зону обзора размером  $M \times N$  элементов дискретизации по азимуту и углу места в ортогональных направлениях. Первая антенна движется непрерывно вдоль строки (по азимуту) со съемом данных с малым шагом дискретизации  $\Delta\phi$  и осуществляет переход к другой строке (по углу места) с увеличенным шагом  $\Delta\theta = \Delta\phi \cdot h_1$ ,  $h_1 > 1$ , где  $(h_1 - 1)$  – число пропущенных подряд строк. Вторая антенна движется непрерывно вдоль столбца (по углу места) со съемом данных с малым шагом дискретизации  $\Delta\theta$  и осуществляет переход к другому столбцу (по азимуту) с увеличенным шагом  $\Delta\phi = \Delta\theta \cdot h_2$ ,  $h_2 > 1$ , где  $(h_2 - 1)$  – число пропущенных подряд столбцов.

По результатам первичной обработки формируются две матрицы РТИ:  $Y_1 = \{y_1(i, j)\}$  и  $Y_2 = \{y_2(i, j)\}$ , в которых рассматриваются только наблюдаемые строки и столбцы. Элементы матриц  $Y_1$  и  $Y_2$ , расположенные по  $m$ ,  $n$ -периметру поля  $X$ , обнуляются.

Модель наблюдений имеет следующий вид:

$$y_1(i, j) = \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n \alpha(i_1, j_1) x(i + i_1, j + j_1) + p_1(i, j), \quad (16)$$

$$i = \overline{m+1, h_1, M-m}, \quad j = \overline{n+1, N-n}$$

$$y_2(i, j) = \sum_{j_1=-m}^m \sum_{i_1=-n}^n \alpha(i_1, j_1) x(i+i_1, j+j_1) + p_2(i, j),$$

$$j = \overline{n+1, h_2, N-n}, \quad i = \overline{m+1, M-m},$$

где  $\alpha(i, j)$  – АФ, соответствующая описанию (6);  $X = \{x(i, j)\}$  – матрица искомого изображения с элементами  $x(i, j)$ , подлежащими восстановлению на множестве элементов дискретизации  $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, N}$ ;  $p_1(i, j)$  и  $p_2(i, j)$  – шумы аппаратуры в приемных каналах в виде белого шума.

Задача заключается в восстановлении изображения  $X = \{x(i, j)\}$  на множестве элементов дискретизации  $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, N}$  на основе двух матриц  $Y_1 = \{y_1(i, j)\}$  и  $Y_2 = \{y_2(i, j)\}$ .

**Матричный метод оптимального восстановления** при двухканальной обработке [9], основанный на матричной модели (10), реализуется для круговой ДНА:  $m = n$  и квадратной матрицы  $X$ :  $M = N$ . Метод сводится к следующим действиям:

1. Элементы матриц  $Y_1$  и  $Y_2$  последовательно (вначале  $Y_1$  построчно, затем  $Y_2$  по столбцам) переписываются в один вектор-столбец  $\bar{y}$ .

2. Вектор  $\bar{y}$  умножается справа на матрицу весовых коэффициентов  $B^+$ , вычисленную заранее по формуле (12) для матрицы  $B = \{b(i, j)\}$  значений АФ, элементы которой  $b(i, j)$  получены из  $\alpha(i, j)$  по определенному правилу [8] в соответствии с (16). В результате умножения получается вектор:  $\bar{x} = B^+ \cdot \bar{y}$ .

3. Элементы вектора  $\bar{x}$  переписываются построчно в матрицу  $X = \{x(i, j)\}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, N}$ , которая представляет восстановленное изображение объектов в области обзора с повышенным разрешением по угловым координатам.

**Квазиоптимальное восстановление в двухканальной системе.** Оптимальное решение задачи восстановления изображения  $X$  матричным методом при больших  $M$  и  $N$  тре-

бует больших предварительных вычислений и памяти при обращении матриц из-за избыточной структуры матрицы  $B$  в модели (8). Неудобство также представляет ограничение  $M = N$ . Поэтому на практике целесообразно перейти от двумерной модели (16) к упрощенной одномерной модели наблюдений, учитывающей только те строки и столбцы матрицы  $X$ , которые соответствуют наблюдаемым строкам и столбцам матриц  $Y_1$  и  $Y_2$ :

$$y_1(i, j) = \sum_{j_1=-n}^n \alpha_1(j_1) x(i, j+j_1) + w_1(i, j),$$

$$j = \overline{n+1, N-n}, \quad i = \overline{m+1, h_1, M-m}, \quad (17)$$

$$y_2(i, j) = \sum_{i_1=-m}^m \alpha_2(i_1) x(i+i_1, j) + w_2(i, j),$$

$$i = \overline{m+1, M-m}, \quad j = \overline{n+1, h_2, N-n},$$

где  $\alpha_1(j) = \alpha(0, j)$ ,  $j = \overline{-n, n}$ , и  $\alpha_2(i) = \alpha(i, 0)$ ,  $i = \overline{-m, m}$  – соответственно центральное горизонтальное и вертикальное сечения ДНА;  $w_1(i, j)$  и  $w_2(i, j)$  – случайные составляющие, обусловленные шумами аппаратуры и ошибками аппроксимации при переходе от (16) к (17).

Число оцениваемых параметров в (17) значительно меньше, чем в (16), а ограничение на размеры  $m$ ,  $n$  и  $M$ ,  $N$  отсутствует.

В рамках модели (17) ставится одномерная задача независимого восстановления изображений в  $i$ -х строках  $\bar{x}_1(i)$  и  $j$ -х столбцах  $\bar{x}_2(j)$  матрицы  $X$  путем обработки  $i$ -х строк  $\bar{y}_1(i)$ ,  $i = \overline{m+1, h_1, M-m}$ , матрицы  $Y_1$  и  $j$ -х столбцов  $\bar{y}_2(j)$ ,  $j = \overline{n+1, h_2, N-n}$ , матрицы  $Y_2$ . Соответствующий алгоритм восстанавливает одномерные изображения в прореженных строках и столбцах матриц  $Y_1$  и  $Y_2$ . Пропущенные строки и столбцы заполняются методом линейной интерполяции. Получаются матрицы  $X_1$  и  $X_2$ , которые затем объединяются по определенному правилу в матрице восстановленного изображения  $X$ .

**Результаты моделирования.** Моделировалась работа следующих алгоритмов:

Алгоритм 1 – оптимальный матричный метод восстановления (12) для одноканальной модели наблюдений (6) с пропусками строк ( $h > 1$ ).

Алгоритм 2 – оптимальный матричный метод (12) для двухканальной модели (16) с пропусками строк и столбцов ( $h_1 > 0, h_2 > 0$ ).

Алгоритм 3 – квазиоптимальный метод для модели (17), который реализовывался с применением операторов восстановления одномерных изображений в пространственной области (матричный метод) и частотной области (метод фильтра Винера) – эти методы показали близкую точность восстановления изображения вдоль строк и столбцов.

Результаты показали, что двухканальная оптимальная обработка (алгоритм 2) в условиях модельного эксперимента при шаге сканирования  $h = 4$  позволила повысить точность восстановления изображения в сравнении с одноканальной обработкой (алгоритм 1) на 75%, а квазиоптимальная двухканальная обработка (алгоритм 3) – на 64%. Алгоритм квазиоптимальной двухканальной обработки отличается значительной простотой реализации, не имеет ограничений на размеры ДНА и матрицы РТИ, но примерно на 10% уступает в точности восстановления оптимальному методу.

На рис. 2 слева направо показаны: матрицы наблюдений  $Y_1, Y_2$  и восстановленное изображение  $X$  объекта в виде рамки для алгоритма 2 при  $h=3$ .

### Модели и методы оценивания аппаратной функции

Пусть известно эталонное изображение контрольного объекта в виде матрицы  $X = \{x(i, j)\}$  и получена прореженная матрица РТИ  $Y$  в одноканальной системе или две матрицы  $Y_1$  и  $Y_2$  в двухканальной системе. Требуется найти АФ. Модель наблюдений (6) или (16) записывается в следующей векторно-матричной форме [9]:

$$\bar{y} = H\bar{a} + \bar{p}, \quad (21)$$

где  $\bar{y}$  – вектор-столбец измерений, аналогичный вектору  $\bar{y}$  в (8);  $\bar{a}$  – вектор-столбец искоемых значений АФ  $\alpha(i, j)$ , записанных построчно;  $\bar{p}$  – вектор-столбец помех  $p(i, j)$ ;  $H$  – матрица элементов  $x(i, j)$ , переписанных из  $X$  по определенному правилу [10].

**Матричный метод оптимального оценивания АФ.** Из (21) подобно (11), (12) по критерию минимума квадрата нормы (МНК)

$$J = \|\bar{y} - H\bar{a}\|^2 = (\bar{y} - H\bar{a})^T (\bar{y} - H\bar{a}),$$

находится оптимальная оценка вектора  $\bar{a}$  относительно  $\bar{y}$  и  $H$  с помощью обратной матрицы:

$$\begin{aligned} \partial J / \partial \bar{a} &= -2(\bar{y} - H\bar{a})^T X_1 = 0^T, \quad H^T(\bar{y} - H\bar{a}) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \hat{\bar{a}} = H^+ \bar{y}, \quad H^+ = (H^T H + \delta \cdot E)^{-1} H^T, \end{aligned} \quad (22)$$

где матрицу  $H^+$  также можно найти в среде Matlab:  $H^+ = \text{pinv}(H, \delta)$ .

Элементы найденного вектора  $\bar{a}$  построчно переписываются в матрицу оценок значений АФ  $\hat{A} = \{\hat{\alpha}(i, j)\}, i = \overline{1, 2m+1}, j = \overline{1, 2n+1}$ .

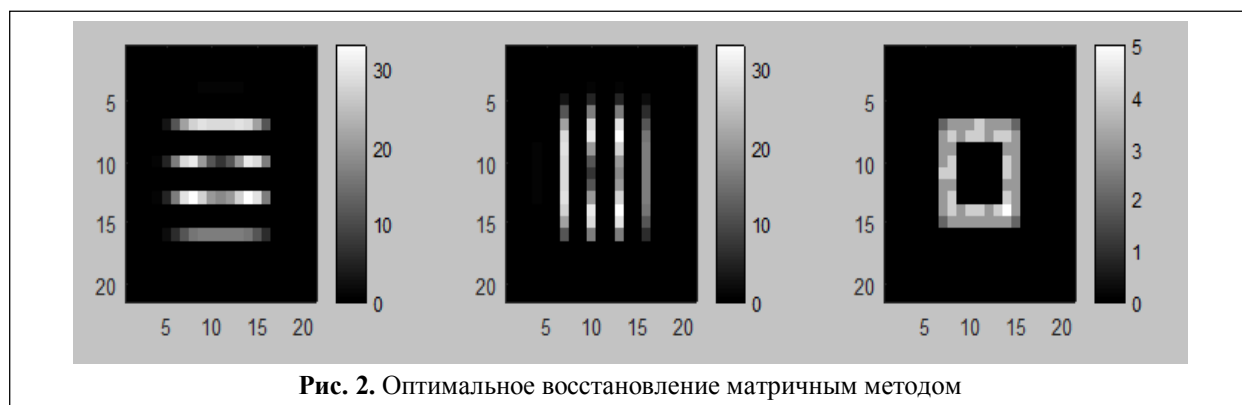


Рис. 2. Оптимальное восстановление матричным методом



Исследования показывают, что при  $h > 1$  в матрице оценок  $\hat{A}$  появляются повторяющиеся строки, что придает поверхности АФ ступенчатый вид, причем максимум АФ в строках матрицы  $\hat{A}$  не всегда проявляется. Для выделения в строках матрицы  $\hat{A}$  искомой АФ в предположении ее симметричности предложен соответствующий алгоритм [9]. Также разработан модифицированный алгоритм оценивания АФ [9], позволяющий повысить точность оценивания АФ при  $h = 1$  за счет уменьшения числа оцениваемых параметров с  $(2m+1)(2n+1)$  до  $(2n+1)$  с помощью дополнительных матричных построений. Достоинством матричного метода оценивания АФ является оптимальность в смысле заложенного в его основу критерия, а также слабая зависимость оценок АФ от формы и местоположения эталонного изображения объекта в матрице  $X$ . Недостатком – необходимость иметь эталонное изображение  $X$ .

**Оценивание АФ параметрическим методом.** При неизвестном эталонном изображении  $X$  применим метод, основанный на параметрическом описании АФ [11] и реализуемый совместно с восстановлением изображения. Удобным критерием оптимальности при подборе параметров является минимум квадрата нормы (11), который на  $k$ -м шаге восстановления изображения в развернутом виде записывается как:

$$J_k = \sum_{i=m+1}^{M-m} \sum_{j=n+1}^{N-n} [y(i, j) - \hat{y}_k(i, j)]^2, \quad (24)$$

где оценка  $\hat{y}_k(i, j)$  определена в (14). Величина (25) используется в качестве индикатора при подборе параметров АФ в итерационной процедуре. Достоинством параметрического метода является оценивание АФ одновременно с восстановлением изображения объектов. Недостатком – большое число шагов итераций и большая размерность задачи при наличии нескольких параметров АФ. Причем изменение параметров АФ влияет на параметры алгоритмы восстановления, что требует их корректировки и дополнительно усложняет решение задачи.

**Оценивание АФ методом дельта-функции.** В качестве альтернативного решения рассматривался метод нахождения АФ [2, с.23], [3, с.194], [5], основанный на фильтрующем свойстве дельта-функции  $\delta(\theta, \varphi)$  или функции Кронекера  $\delta(i, j)$  для дискретной модели (6). Если в качестве объекта наблюдения взять точечный источник излучения с амплитудой (интенсивностью излучения)  $U$ , то эталонным изображением будет совокупность  $x(i, j) = U \cdot k(i - i_0, j - j_0)$  в окрестности точки  $(i_0, j_0)$ . В силу свойства дельта-функции измерения, полученные при сканировании в окрестности точки  $(i_0, j_0)$ , повторяют форму АФ  $\alpha(i, j)$  с точностью до помех и подстилающего фона. Фон убирается при вычитании двух кадров изображения, полученных с точечным объектом и без него.

Достоинство метода – его простота и надежность. Недостатки: Метод рассчитан на применение в лабораторных условиях. В реальных условиях АФ зависит от дальности до объектов и внешних воздействий. Использование вместо точечного источника протяженного объекта приводит к размыванию формы АФ.

#### Совместная обработка РТИ и оптических изображений

**Метод повышения разрешения.** Для получения разрешения РТИ, равного размеру элемента искомой матрицы изображения  $X$ , предложена совместная обработка матриц РТИ и ОИ. Соответствующий алгоритм обрабатывает матрицу РТИ оператором восстановления, что дает оценку  $\hat{X} = \{\hat{x}(i, j)\}$ , отвечающую модели (18). С помощью совмещенной с радиометром фотокамеры получается матрица ОИ  $X_1 = \{x_1(i, j)\}$  модели (19), которая приводится в соответствие масштабу матрицы  $Y$ . Матрица  $X_1$  сегментируется по контрасту амплитуд соответствующих элементов матриц  $Y$  и  $X_1$ , взятых с определенными весовыми коэффициентами. В результате получается матрица меток

$S = \{S(i, j)\}$ ,  $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, N}$ , где  $S$  – номер сегмента, которому принадлежат соответствующие  $i$ -е,  $j$ -е элементы матриц  $Y$  и  $X_1$ . Для каждого  $s$ -го сегмента вычисляется средняя радиометрическая амплитуда  $\tilde{y}(s)$  по формуле:

$$\tilde{y}(s) = (\mu / n_s) \sum_i \sum_j y(i, j), \quad i, j : S(i, j) = s, \quad (20)$$

где  $n_s$  – количество элементов с меткой  $s$ ;  $\mu$  – множитель, учитывающий интегральный характер элементов  $y(i, j)$  матрицы  $Y$ . Величина  $\tilde{y}(s)$  присваивается всем элементам  $x_1(i, j)$  матрицы  $X_1$  с меткой  $s$ . В результате получается матрица РТИ  $X_1$  с разрешением искомой матрицы  $X$ , представляющая температурную карту зоны обзора.

#### Метод формирования эталонного РТИ.

Для получения эталонного теплового изображения  $X$  контрольного объекта произвольной формы в реальных условиях наблюдения также предложена совместная обработка матриц РТИ и ОИ. Соответствующий алгоритм выбирает в матрице РТИ  $Y$  область  $D_1 \subset D$  с односвязным и однородным изображением  $G \subset D_1$  контрольного объекта протяженной формы и ставит в соответствие  $D_1$  область  $D_1^*$  в матрице ОИ  $X_1$ , приведенной в соответствие масштабу матрицы  $Y$ . Матрица  $X_1$  сегментируется по контрасту амплитуд элементов соседних сегментов. Для каждого  $s$ -го сегмента матрицы вычисляется средняя нормированная радиометрическая амплитуда  $\tilde{y}(s)$  по формуле (20), которая присваивается элементам матрицы  $X_1$  с этой же меткой. Полученная матрица  $X_1$  принимается за эталонное РТИ контрольного объекта с четко выраженными по контрасту границами сегмента. Далее матрица  $X_1$  используется в алгоритме оценивания АФ. Найденная АФ применяется для восстановления изображений объектов наблюдения без ограничений, предъявляемых к контрольному объекту.

**Результаты моделирования.** Моделированию подлежали следующие алгоритмы:

Алгоритм 1 – совместная обработка РТИ и ОИ при оценивании АФ с неизвестным эталонным изображением. Алгоритм 2 – альтернативный метод дельта-функции оценивания АФ, рассчитанный на эталонное изображение точечного объекта. Алгоритм 3 – оптимальный матричный метод оценивания АФ с известным эталонным изображением объекта (как пример предельно достижимой точности). Результаты показали, что точность оценивания АФ алгоритмом 1 при наблюдении протяженного контрольного объекта ( $L > 3$ ) примерно на порядок превышает точность альтернативного алгоритма 2. При этом алгоритм 1 близок по точности к алгоритму 3 (с предельно достижимой точностью) при наблюдении протяженных объектов ( $L > 5$ ). При наблюдении точечного объекта ( $L < 3$ ) целесообразно использовать алгоритм 3 с априорно известным эталоном или альтернативный алгоритм 2.

#### Выводы

Предложенные методы позволяют повысить эффективность функционирования существующих радиометрических и других подобных систем формирования изображений за счет повышения точности восстановления радиотепловых изображений и оценок аппаратной функции. Методы могут найти применение в радиометрических системах дистанционного зондирования [11], а также систем, предназначенных для обнаружения и распознавания объектов [12].

#### Литература

1. Николаев А.Г., Перцов С.В. Радиотеплолокация (пассивная радиолокация). М.: Сов. радио, 1964. 335 с.
2. Шарков Е.А. Радиотепловое дистанционное зондирование Земли: физические основы: в 2 т. / Т. 1. М.: ИКИ РАН, 2014. 544 с.
3. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986. 304 с.
4. Пирогов Ю.А., Тимановский А.Л. Сверхразрешение в системах пассивного радиовидения мил-

лиметрового диапазона // Радиотехника, 2006. № 3. С. 14 – 19.

5. Методика измерения аппаратной функции пассивной системы радиовидения [Электронный ресурс] / [www.backstage.narod.ru/education/diplom98.pdf](http://www.backstage.narod.ru/education/diplom98.pdf)

6. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. М.: Техносфера, 2006. 616 с.

7. Клочко В.К. Математические методы восстановления и обработки изображений в радиотеплооптоэлектронных системах. Рязань: РГРТУ, 2009. 228 с.

8. Клочко В.К., Кузнецов В.П. Восстановление изображений объектов по прореженной матрице наблюдений // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 55. С. 111 – 117.

9. Клочко В.К., Кузнецов В.П. Алгоритмы оценивания аппаратной функции в задачах восстановления изображений // Цифровая обработка сигналов. 2016. № 1. С. 40 – 45.

10. Клочко В.К. Восстановление изображений объектов в условиях атмосферных искажений // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. № 33. 2010. С. 24 – 28.

11. 6-е Всероссийские Армадовские чтения [электронный ресурс]: Радиофизические методы дистанционного зондирования сред / Материалы 7-й Всероссийской научной конференции. Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2016. 464 с.

12. Пассивная радиолокация: методы обнаружения объектов / Под ред. Р.П. Быстрова и А.В. Соколова. М.: Радиотехника. 2008. 320 с.

*Работа выполнена при поддержке Гранта ведущим научным школам РФ (РШ-7116.2016.8).*

**Поступила 14 июля 2016 г.**

**English**

## **Mathematical models and efficiency improvement methods of forming radiometric images**

**Vladimir Konstantinovich Klochko** – Doctor of Engineering, Department Head Ryazan State Radio Engineering University.

*E-mail:* [klochkovk@mail.ru](mailto:klochkovk@mail.ru).

*Address:* 390005, Ryazan, Gagarin St., 59/1.

*Abstract:* There are problems in radiometric research practice that reduce operational effectiveness of radiometers in object surveillance system. The first problem is due to signal integration time in the radiometer that comes to tens of minutes when scanning overview area. It is possible to reduce matrix forming time for radio thermal image (RTI) through increasing scanning pitch in elevation angle. At that RTI matrix is formed which is thinned out along rows (the number of its rows several times is less than number of columns). Thereby, the accuracy of recovery and RTI resolution capacity fall down and that reduces the radiometer's efficiency. The second problem is related to a priori unknown radiometer hardware feature (HF). Such HF function characterizes the impact of antenna diagram, pre-processing path of the radiometer and external factors on the target images. HF value in actual use environment of the radiometer will differ from its value measured in lab environment due to HF form diffusion that also reduces the radiometer's efficiency. The purpose of work is algorithm development to enhance radiometric system overall performance through increasing image recovery accuracy when using RTI thinned-out matrix, and also estimation of unknown HF under the conditions of prior uncertainty. The goal is achieved via solving the following problems: - mathematical model development of the radiometer RTI forming that enables to conduct analytical research and to synthesize new RTI processing algorithms; - development of new image recovery algorithms that enable enhancing recovery accuracy and respectively RTI resolution in the presence of RTI thinned-out matrix due to two-channel processing; - development of HF new estimation algorithms that enable increasing HF estimation accuracy in actual surveillance environment due to application of optimal estimation methods on the basis of reference RTI; - development of RTI forming new algorithms that enable to obtain the spatial resolution equal to the image matrix element size and to define reference RTI for HF estimation via joint RTI and optical image processing.

*Key words:* radiometer, image recovery, surveillance thinned-out matrix, hardware feature, resolution capacity, radio thermal and optical images.

## **References**

1. Nikolaev A.G., Pertsov S. V. Radio thermal detection (passive radar detection). M.: Sov. radio, 1964. 335 p.
2. Sharkov E.A. Radio thermal Earth remote sensing: physical basis: in 2 v. - Т. 1. М.: SRI RAS, 2014. 544 p.
3. Vasilenko G. I., Taratorin A.M. Image recovery M.: Radio i svyaz 1986. 304 p.

4. Pirogov Yu.A., Timanovsky A.L. Superresolution in millimeter-wave passive radiovision systems. - Radiotekhnika, 2006. No. 3. P. 14 - 19.
5. Hardware feature measurement technique for radiovision passive system [Electronic resource] [www.backstage.narod.ru/education/diplom98.pdf](http://www.backstage.narod.ru/education/diplom98.pdf)
6. Gonzalez R., Woods R., Eddins S. Digital Image Processing Using MATLAB. M.: Tekhnosfera, 2006. 616 p.
7. Klochko V. K. Mathematical methods of image recovery and processing in radio thermal optoelectronic systems. Ryazan: RSRU, 2009. 228 p.
8. Klochko V. K., Kuznetsov V.P. Recovery of object images through thinned-out surveillance matrix //Bulletin of the Ryazan State Radio engineering University. 2016. No. 55. P. 111 - 117.
9. Klochko V.K., Kuznetsov V.P. Hardware feature estimation algorithms for image recovery. - Tsifrovaya obrabotka signalov. 2016. No. 1. P. 40 - 45.
10. Klochko V. K. Recovery of object images in atmospheric distortion environment. - Bulletin of the Ryazan State Radio-engineering University. No. 33. 2010. P. 24 - 28.
11. 6th All-Russian Armand Readings [Electronic resource]: Radio physical methods of media remote sensing. - Materials of the 7th All-Russian Scientific Conference. Murom: Publ. - MI VLSU, 2016. 464 p.
12. Passive radar detection: object detection methods. - Ed. by R.P. Bystrov and A.V. Sokolov. M.: Radiotekhnika. 2008. 320 p